III
NAO.
Quanta d'Énergie-Impulsion.

par
Bénédictus Servant *
Québec, Amérique du Nord

1er mars 2016

1 Introduction

Dans un précédent article[1] nous avons montré comment on peut générer un espace-temps lorentzien discret 3d+1 à partir des NAO 5D. Dans cette construction les petits angles étaient des incréments de longueur et de temps comme le montre l'équation (49) de [1]. Dans le présent travail nous allons voir que l'on peut générer un espace-temps lorentzien 3d+1 discret à partir des NAO 5D où ces mêmes petits angles représentent plutôt des quanta d'énergie-impulsion.

2 Quadrivecteurs

Imaginons que l'on refait, sans rien changer, toutes les étapes de raisonnements et de calculs du [1], à partir de la section §2 jusqu'à la section §4 inclusivement. Puis, au lieu du contenu de la section §5 du [1] considérons ce qui suit.

D'abord, reproduisons ici les équations (19) et (45) de [1] :

$$\phi_\Gamma^2 + \phi_\alpha^2 + \phi_\delta^2 \simeq \phi_{\delta'}^2 \tag{1}$$

$$j_\delta^2 - j_\alpha^2 \simeq j^2 \ . \tag{2}$$

Tenant compte de (18) de [1] (i.e. $\phi_\Gamma \simeq 0$) et du fait que $\phi_\delta = i\Phi_\delta$ et $\phi_{\delta'} = i\Phi_{\delta'}$ sont des angles imaginaires (i.e. axes de temps : avec $\theta = i\eta$ dans (18)), l'éq.(1) ci-dessus s'écrit :

$$\Phi_\delta^2 - \phi_\alpha^2 \simeq \Phi_{\delta'}^2 \tag{3}$$

où tous les angles dans (3) sont réels. Enfin, compte tenu des résultats des sections §3 et §4 de [1] il est facile de vérifier que :

$$j_\delta \Phi_\delta - j_\alpha \phi_\alpha \simeq j\Phi_{\delta'} \ . \tag{4}$$

Il faut rappeler que selon [1] les angles dans (3) et (4) sont très petits et concernent trois axes sur une seule et même suite ou chaîne de NAO alors que les indices j, j_α et j_δ dans (2) et (4) sont de très grands entiers (grande échelle) et concernent trois différentes suites de NAO ; une pour chaque axe.

Par ailleurs, considérons les quadrivecteurs espace-temps (t, x) et énergie-impulsion (E, p) de la relativité restreinte. Ils satisfont aux relations suivantes :

$$t^2 - (x/c)^2 = \tau^2 \ , \tag{5}$$

$$E^2 - (cp)^2 = (mc^2)^2 \ , \tag{6}$$

et

$$Et - cp(x/c) = mc^2\tau \tag{7}$$

où τ est la coordonnée de temps propre (dans un référentiel où la masse m est au repos), x et t sont les

*email : bservant05@hotmail.com

coordonnées d'espace-temps dans un référentiel en mouvement. Si nous admettons l'hypothèse que les NAO forment le substrat de l'espace-temps et des particules élémentaires, alors il n'est pas difficile de faire le rapprochement suivant en comparant les éqs. (2)-(4) à (5)-(7) :

$$\begin{aligned} \Phi_{\delta'} &\to mc^2 \quad \text{et} \quad j \to \tau \\ \Phi_{\delta} &\to E \quad \text{et} \quad j_{\delta} \to t \\ \phi_{\alpha} &\to cp \quad \text{et} \quad j_{\alpha} \to x/c \; . \end{aligned} \tag{8}$$

3 Énergie-Impulsion. Definitions.

Supposons que lorsque l'indice j le long d'une chaîne ou suite de NAO d'axe δ' vaut $j = J$ on obtient un NAO tel que son angle de rotation autour de δ' est $\Phi_{\delta'}J = 2\pi$. Il s'ensuit que J est le nombre de NAO (à partir du NAO de référence NR) qu'il faut compter pour obtenir un tour complet autour de δ'. C'est donc la période par définition même. Par conséquent nous pouvons dire que la séparation ou incrément angulaire autour de l'axe δ' entre deux quelconques NAO plus proches voisins dans la suite est $\Phi_{\delta'} = 2\pi/J$. Si J = 1 nous obtenons l'incrément angulaire maximal : $\Phi_{\delta'} \equiv \Phi_{\delta' \max} = 2\pi$. D'un autre côté si J = N, où N est un entier qui est le nombre total de NAO dans la suite, alors nous obtenons l'incrément angulaire minimal : $\Phi_{\delta'} \equiv \Phi_{\delta' \min} = 2\pi/N$.

Introduisons une unique unité de temps à savoir t_o. En accord avec (8) nous posons :

$$\begin{aligned} \tau &\equiv j t_o \\ t &\equiv j_{\delta} t_o \\ x/c &\equiv j_{\alpha} t_o \; . \end{aligned} \tag{9}$$

Considérons à nouveau la suite selon δ'. Parce que J est la période il est clair que $Jt_o \equiv T$ est la période correspondante en unité de temps. En conséquence si J = 1, ce qui est la plus petite valeur pour J, alors on obtient $T = t_o$ et t_o est simplement la plus petite valeur de la période en unité de temps. En d'autres termes t_o correspond à un écart angulaire de 2π entre deux NAO plus proches voisins. On définie l'unité de longueur d_o par $d_o \equiv ct_o$.

D'autre part, en accord avec (8) posons :

$$\begin{aligned} \Phi_{\delta'}/2\pi &\equiv \frac{mc^2}{E_o} \\ \Phi_{\delta}/2\pi &\equiv \frac{E}{E_o} \\ \phi_{\alpha}/2\pi &\equiv \frac{cp}{E_o} \; . \end{aligned} \tag{10}$$

Parce que ces angles doivent être très petits (i.e. selon [1]) devant 2π, la valeur de l'énergie E_o doit être très grande devant toutes valeurs de mc^2, E et cp. La quantité E_o correspond, en terme d'énergie, à un écart angulaire de 2π entre deux NAO plus proches voisins.

Il faut noter que conformément à la relativité restreinte, l'énergie et l'impulsion ou quantité de mouvement sont données par :

$$E = mc^2 \frac{dt}{d\tau} \qquad p = m \frac{dx}{d\tau} \tag{11}$$

où m et $d\tau$ sont des invariants de Lorentz. Par suite, de (11) nous voyons que :

$$\Delta t = \Delta\tau \left[\frac{E}{mc^2} \right] \qquad \Delta(x/c) = \Delta\tau \left[\frac{cp}{mc^2} \right] \tag{12}$$

ce qui signifie que les intervals de temps et d'espace sont directement proportionnels à l'interval de temps propre $\Delta\tau$. Conformément à (10), les constantes de proportionnalité dans (12) sont respectivement égales à $\frac{\Phi_{\delta}}{\Phi_{\delta'}}$ et $\frac{\phi_{\alpha}}{\Phi_{\delta'}}$ et de (9) l'équation (12) devient :

$$\Delta j_{\delta} = \Delta j \left[\frac{\Phi_{\delta}}{\Phi_{\delta'}} \right] \qquad \Delta j_{\alpha} = \Delta j \left[\frac{\phi_{\alpha}}{\Phi_{\delta'}} \right] \; . \tag{13}$$

Or, ces derniers résultats sont parfaitement compatibles avec les résultats (41) et (42) de [1] (en tenant compte de (18) de [1], avec $\theta = i\eta$, et du facteur i pour les angles de temps).

Finalement à partir de la première égalité de (10), nous pouvons écrire :

$$mc^2 = \frac{J\Phi_{\delta'}}{Jt_o} \frac{E_o t_o}{2\pi} = \frac{2\pi}{T} \frac{E_o t_o}{2\pi} = \frac{E_o t_o}{2\pi} \omega \tag{14}$$

où J est la période (voir plus haut dans cette section). $\omega \equiv 2\pi/T$ est simplement la fréquence. Dans le membre gauche de (14) nous avons de l'énergie (au repos). À droite nous avons le produit de deux constantes que multiplie une fréquence. Ceci rappel la relation Planck-Einstein. Il est donc naturel de poser :

$$\frac{E_o t_o}{2\pi} = \hbar \; , \tag{15}$$

où $\hbar$ est la constante de Planck divisée par 2π. Note. De (15), de la définition de d_o (i.e. $d_o \equiv ct_o$) et du fait que l'on a $E_o \gg mc^2$, on doit avoir $d_o \ll \lambda_c$ où $\lambda_c = h/mc$ est la longueur d'onde de Compton d'une particule de masse m. Cette dernière inégalité donne une limite supérieure à d_o ou t_o.

4 Conclusion

Le présent travail montre qu'il est tout à fait possible et cohérent d'interpréter les petits angles des NAO comme des quanta d'énergie-impulsion. Quant aux indices de site (i.e. les entiers j etc.) ils constituent les coordonnées d'espace-temps. Cette interprétation est beaucoup plus riche de conséquences au plan physique.

Références

[1] Servant, B., "Génération d'un Espace-Temps lorentzien discret à partir des NAO", 17 Fév. 2016. bservant05.blogspot.com